

文章编号：1000-4750(2003)02-036-07

# 考虑桩、土、垫层协同作用的 刚性桩复合地基沉降计算方法

沈 伟，池跃君，宋二祥

(清华大学土木系，北京 100084)

摘 要：提出计算刚性桩复合地基沉降的一种新方法，该方法充分考虑桩、土、垫层协同作用。通过假定桩土界面摩阻力与相对位移为理想弹塑性关系；同一水平面上的桩间土沉降相同；桩端土符合 Winkler 地基模型，结合桩、土、垫层工作机理分析，建立了协同作用基本微分方程，进而得到了大面积群桩复合地基桩、桩间土沉降解析解。对两个 9 桩复合地基的分析显示，该方法和现场实测及有限元分析吻合较好。

关键词：刚性桩；复合地基；沉降

中图分类号：TU318, TU473 文献标识码：A

在各类刚性桩复合地基沉降计算方法中，通常把荷载引起的总沉降视为加固区压缩量和下卧层沉降两部分之和。其中，加固区压缩量的计算目前主要采用复合模量法，即将加固区看成均质复合材料，采用复合模量，用分层总和法求出其压缩量。该方法没有考虑刚性桩复合地基垫层的压缩及桩的上下刺入等因素对沉降的影响，同时需要在沉降计算前知道荷载在桩、土间的分配情况或应力比，若无现场实测资料，则只能根据经验假定，使其所得结果有较大随意性。

本文通过分析桩、土、垫层的协同作用，推导出大面积群桩中桩、土的荷载传递基本微分方程并给出解析解答，无需假定荷载在桩、土间的分配情况就可得出加固区压缩量。

## 1 理论假设

取大面积群桩复合地基中部某根桩及其周围以跨中线为界的桩间土进行分析(图 1)。为使问题简化，参照文献[1]作如下假定：

(1) 基础受均布荷载作用且具有足够大的底面积，群桩等间距布置，桩、土受力状况假定如图 2，

且只考虑附加应力的影响。

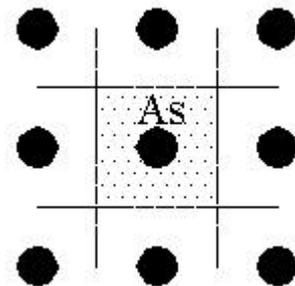


图 1 桩间土划分

Fig.1 Division of soil surrounding a pile

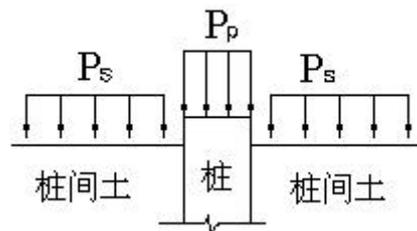


图 2 桩、土受力假定

Fig.2 Load distribution on top of pile and soil

(2) 垫层和土体为均质弹性体，应力 - 应变关系服从虎克定律，桩端土符合 Winkler 地基模型。

收稿日期：2001-09-03；修改日期：2001-12-14

基金项目：北京市自然科学基金资助项目(8982011)

作者简介：沈 伟(1976)，男，浙江桐乡人，硕士生，主要从事岩土力学研究

池跃君(1971)，男，辽宁抚顺人，博士，主要从事岩土工程方面的研究

宋二祥(1957)，男，河北博野人，教授，博士，系主任，主要从事岩土工程方面的研究

(3) 同一水平面上的桩间土沉降相同。

(4) 桩侧摩阻力与桩土相对位移为理想弹塑性关系，如图 3 所示，表达式为：

$d \leq d_u$  时：

$$|t| = \frac{t_u}{d_u} d = kd \quad (1)$$

$d > d_u$  时：

$$|t| = t_u \quad (2)$$

式中： $|t|$  为桩侧摩阻力绝对值， $t_u$  为桩侧摩阻力极限值， $d$  为桩与桩侧土的相对位移， $d_u$  为侧摩阻力刚刚达到  $t_u$  时的  $d$  值。 $t_u$ 、 $d$ 、 $d_u$  均为绝对值， $t$  的正向规定见图 5。

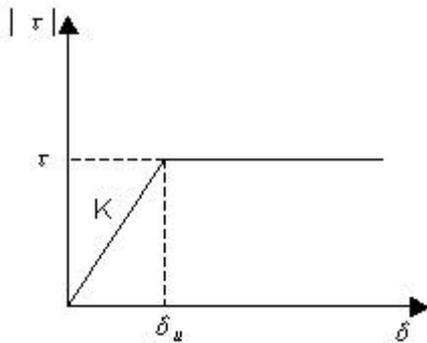


图 3 桩侧摩阻力 - 相对位移关系曲线

Fig.3 Assumed relationship between the skin friction and relative displacement

## 2 基本方程及其解答

如图 4，设桩的弹性模量为  $E_p$ ，桩长  $L$ ，桩横截面周长  $U$ ，面积  $A_p$ ，桩间土的变形模量  $E_s$ ，面积  $A_s$ ，置换率  $m$ ，垫层变形模量  $E_c$ ，厚度  $h_c$ 。基础受均布荷载  $P$ ，作用在桩顶的均布荷载为  $P_p$ ，作用在土体上表面的均布荷载为  $P_s$ ，垫层被压缩后厚度变为  $h'_c$ 。取坐标原点在桩顶，在荷载作用下，桩的沉降为  $W_p(z)$ ，桩间土的沉降为  $W_s(z)$ ，以压力为正。

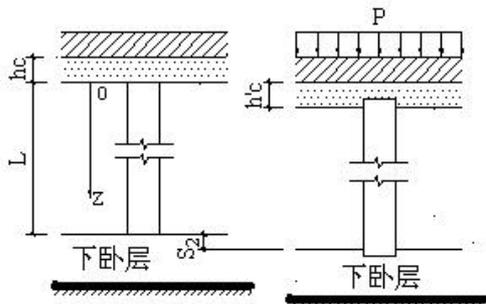


图 4 分析对象及尺寸

Fig.4 Sketch of the model

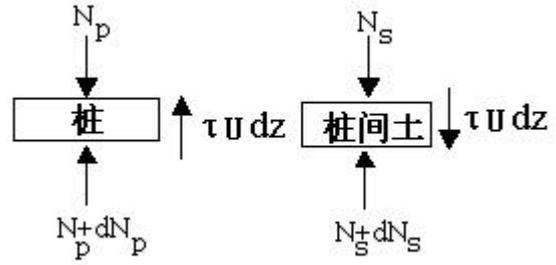


图 5 桩体、桩间土微单元竖向受力状况

Fig.5 Loading state of pile and soil elements

在桩上取一单元体，如图 5，由单元体的静力平衡可得：

$$N_p = N_p + dN_p + tUdz \quad (3)$$

$$\frac{dN_p}{dz} = -tU \quad (4)$$

桩单元产生的弹性压缩为

$$dW_p = -\frac{N_p}{A_p E_p} dz \quad (5)$$

由(4)、(5)式

$$W_p'' = \frac{d^2 W_p}{dz^2} = \frac{U}{A_p E_p} t = b_p t \quad (6)$$

其中

$$b_p = \frac{U}{A_p E_p} \quad (7)$$

对桩间土，由假设(3)，土柱仅在与桩接触的内表面上有剪应力，外表面上剪应力为零，与上同理，可得：

$$W_s'' = \frac{d^2 W_s}{dz^2} = -b_s t \quad (8)$$

其中

$$b_s = \frac{U}{A_s E_s} \quad (9)$$

当荷载很小时，在整个桩长范围内，桩侧摩阻力 - 桩土相对位移关系均满足(1)式，称此时为弹性阶段；荷载增大后，某些部位的桩侧摩阻力 - 桩土相对位移关系满足(2)式，称此时为弹塑性阶段。

### 2.1 弹性阶段解答

定义  $W(z) = W_p(z) - W_s(z)$ ，此时  $t = kW = k(W_p - W_s)$

$$\begin{cases} W_p'' = b_p k (W_p - W_s) \\ W_s'' = -b_s k (W_p - W_s) \end{cases} \quad (10)$$

解微分方程(10)

$$\begin{cases} W_p = \frac{b_p}{b_p + b_s} (Ae^{az} + Be^{-az}) + Cz + D \\ W_s = \frac{-b_s}{b_p + b_s} (Ae^{az} + Be^{-az}) + Cz + D \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$a = \sqrt{(b_p + b_s)k} \quad (12)$$

边界条件

$$P_p = -E_p \frac{dW_p}{dz} \Big|_{z=0} \quad (13)$$

$$P_s = -E_s \frac{dW_s}{dz} \Big|_{z=0} \quad (14)$$

桩端土符合 Winkler 地基模型, 即  $N_p = K_p A_p W_p(L)$ ,  $K_p$  为基床系数, 所以:

$$-E_p \frac{dW_p}{dz} \Big|_{z=L} = K_p W_p(L) \quad (15)$$

桩间土  $z=L$  处的沉降为下卧层沉降  $S_2$ 。

$$W_s(L) = S_2 \quad (16)$$

$S_2$  对于(11)式为已知, 由基底传来附加压力及土体参数用分层总和法计算, 计算式为:  $S_2 = \sum_{i=1}^n \frac{p'_i}{E_{si}} H_i$

另有:

其中:

$$m = \frac{e^{-al} \left[ E_p b_p - \frac{K_p}{a} (b_p + b_s) \right] - \frac{E_p}{E_p - E_s} \left[ \frac{E_c}{ah_c} (b_p + b_s) + E_p b_p + E_s b_s \right]}{e^{al} \left[ E_p b_p + \frac{K_p}{a} (b_p + b_s) \right] + \frac{E_p}{E_p - E_s} \left[ \frac{E_c}{ah_c} (b_p + b_s) - E_p b_p - E_s b_s \right]} \quad (24)$$

$$z = \frac{E_p - E_s}{\frac{kE_c}{a^2 h_c} (m+1)(b_p + b_s) - \frac{k}{a} (m-1)(E_p b_p + E_s b_s)} \quad (25)$$

$P_p$ 、 $P_s$ 、 $h'_c$  可依次由(13)、(14)和(17)确定。

由(11)、(20)和(21)式可知:

$$\begin{aligned} W(z) = W_p(z) - W_s(z) &= Ae^{az} + Be^{-az} \\ &= B(m^{az} + e^{-az}) \end{aligned} \quad (26)$$

对于实际问题, 考虑下面的数量级关系可以估算  $a$  的范围, 进而估算  $z$ 、 $m$  的范围,  $E_p \approx 2 \times 10^{10} \text{Pa} \approx 1000E_s$ ,  $E_c \approx 2.5 \times 10^7 \text{Pa}$ ,  $A_s \approx 10 A_p$ ,  $L > 2\text{m}$ , 桩半径  $r \approx 0.2 \text{m}$ , 由文献[2],  $t_u \approx 5 \times 10^4 \text{Pa}$ ,  $d_u \approx 0.001 \text{m}$ , 故

$$a = \sqrt{(b_p + b_s)k} = \sqrt{\left( \frac{U}{A_s E_s} + \frac{U}{A_p E_p} \right) \frac{t_u}{d_u}} \approx 1.58 \text{m}^{-1}$$

此时, (24)式分子的第一项远小于第二项(例如对于

$$P_s = E_c \frac{h_c - h'_c}{h_c} \quad (17)$$

桩顶部位垫层的压缩量为桩间土部位垫层的压缩量与桩顶上刺入量之和, 所以:

$$P_p = E_c \frac{h_c - h'_c + W_s(0) - W_p(0)}{h_c} \quad (18)$$

总荷载由桩和桩间土承担, 所以:

$$P = mP_p + (1-m)P_s \quad (19)$$

(11)式中的待定系数  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  及  $P_p$ 、 $P_s$ 、 $h'_c$  共 7 个未知量, 由(13)~(19)式共 7 个方程可以确定, 分别为:

$$A = -\frac{mzP}{mE_p + (1-m)E_s} \quad (20)$$

$$B = -\frac{zP}{mE_p + (1-m)E_s} \quad (21)$$

$$C = -\frac{P}{mE_p + (1-m)E_s} \quad (22)$$

$$D = S_2 - \frac{zP \left[ \frac{b_s k}{a^2} (m^{al} + e^{-al}) - \frac{L}{z} \right]}{mE_p + (1-m)E_s} \quad (23)$$

本文算例 1, 第一项为 0.0168, 第二项为 36.987), 即:

$$\begin{aligned} &e^{-al} \left[ E_p b_p - \frac{K_p}{a} (b_p + b_s) \right] \\ &\ll \frac{E_p}{E_p - E_s} \left[ \frac{E_c}{ah_c} (b_p + b_s) + E_p b_p + E_s b_s \right] \end{aligned}$$

分母的第一项通常远大于第二项绝对值, 即:

$$\begin{aligned} &e^{al} \left[ E_p b_p + \frac{K_p}{a} (b_p + b_s) \right] \\ &\gg \left| \frac{E_p}{E_p - E_s} \left[ \frac{E_c}{ah_c} (b_p + b_s) - E_p b_p - E_s b_s \right] \right| \end{aligned}$$

对于本文算例 1, 第一项为  $3.3951 \times 10^4$ , 第二项绝对值为 20。故对于实际问题, 对  $m$  有如下的估计:

$$-1 < m \approx \frac{-\frac{E_p}{E_p - E_s} \left[ \frac{E_c}{ah_c} (\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s) + E_p \mathbf{b}_p + E_s \mathbf{b}_s \right]}{e^{al} \left[ E_p \mathbf{b}_p + \frac{K_p}{a} (\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s) \right]} < 0 \quad (27)$$

对于本文算例 1,  $m = -0.0011$ 。由(25)和(27)式, 有  $z > 0$ , 由(21)式,  $B < 0$ 。

由(26)式, 并注意  $a > 0$ , 对于工程问题, 下式成立:

$$\frac{dW}{dz} = aB(m e^{az} - e^{-az}) > 0 \quad (28)$$

即  $W$  是  $z$  的单调递增函数, 在  $[0, L]$  区间内只能有一个零点。由(26)式:

$$z = \frac{\ln|m|}{-2a} \quad (29)$$

由于  $W$  是  $z$  的单调递增函数,  $|W|_{\max}$  的位置仅可能在  $z=0$  或  $z=L$  处。由(26)式知,  $z=0$  时,  $W < 0$ , 即  $W_p < W_s$ 。对于实际问题通常有,  $z=L$  时,  $W > 0$ , 即  $W_p > W_s$ , 桩在桩顶产生上刺入, 在桩尖产生下刺入。因而在桩顶附近桩受到负摩擦力, 从而(29)求出的零点即为中性点。

由文献[2],  $d_u < 0.002m$ , 根据实测<sup>[3]</sup>, 复合地基中刚性桩的上下刺入量一般均大于  $0.002m$ , 桩头和桩尖处  $|t|$  均能达到  $t_u$ 。所以下文仅分析桩头和桩尖附近  $|t|$  达到  $t_u$ , 桩中部侧摩阻力与相对位移关系符合(1)式的情况。

### 2.2 弹塑性阶段解答

设在  $z = z_1$  和  $z = z_2$  位置桩土界面  $|t|$  刚刚达到  $t_u$ 。则可按桩土界面的侧摩阻力与相对位移关系将桩分为 3 段(图 6)。

$z = 0 \sim z_1$  处, 由(6)和(8)式:

$$\begin{cases} W_{p1}' = \mathbf{b}_p (-t_u) = -\mathbf{b}_p k d_u \\ W_{s1}' = -\mathbf{b}_s (-t_u) = \mathbf{b}_s k d_u \end{cases} \quad (30)$$

$z = z_1 \sim z_2$  处, 由(10)式:

$$\begin{cases} W_{p2}' = \mathbf{b}_p k (W_{p2} - W_{s2}) \\ W_{s2}' = -\mathbf{b}_s k (W_{p2} - W_{s2}) \end{cases} \quad (31)$$

$z = z_2 \sim L$  处, 有:

$$\begin{cases} W_{p3}' = \mathbf{b}_p t_u = \mathbf{b}_p k d_u \\ W_{s3}' = -\mathbf{b}_s t_u = -\mathbf{b}_s k d_u \end{cases} \quad (32)$$

(30)~(32)式的解为下列(33)~(35)式

$$\begin{cases} W_{p1} = -\frac{k\mathbf{b}_p d_u z^2}{2} + C_1 z + D_1 \\ W_{s1} = \frac{k\mathbf{b}_s d_u z^2}{2} + C_2 z + D_2 \end{cases} \quad (33)$$

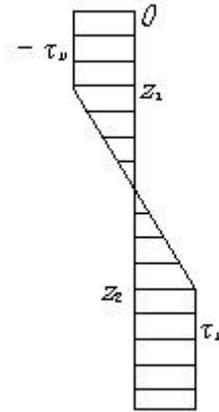


图 6  $t$  沿桩身分布

Fig.6 Shear stress distribution through pile

$$\begin{cases} W_{p2} = \frac{\mathbf{b}_p}{\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s} (Ae^{az} + Be^{-az}) + Cz + D \\ W_{s2} = \frac{-\mathbf{b}_s}{\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s} (Ae^{az} + Be^{-az}) + Cz + D \end{cases} \quad (34)$$

$$\begin{cases} W_{p3} = \frac{k\mathbf{b}_p d_u z^2}{2} + C_3 z + D_3 \\ W_{s3} = -\frac{k\mathbf{b}_s d_u z^2}{2} + C_4 z + D_4 \end{cases} \quad (35)$$

边界条件:

此时边界条件(13)~(19)共 7 个边界条件依然成立, 但需将方程中  $W_p$  和  $W_s$  换成相应桩段的沉降函数, 即(13)式中  $W_p$  改成  $W_{p1}$ , (14)式中  $W_s$  改成  $W_{s1}$ , (15)式中  $W_p$  改成  $W_{p3}$ , (16)式中  $W_s$  改成  $W_{s3}$ , (18)式中  $W_p(0)$  改成  $W_{p1}(0)$ ,  $W_s(0)$  改成  $W_{s1}(0)$ 。

同时由  $z_1$ 、 $z_2$  处位移和桩身轴力连续可得 8 个边界条件。

$$W_{p1}(z_1) = W_{p2}(z_1), \quad W_{s1}(z_1) = W_{s2}(z_1),$$

$$W_{p1}'(z_1) = W_{p2}'(z_1), \quad W_{s1}'(z_1) = W_{s2}'(z_1)$$

$$W_{p2}(z_2) = W_{p3}(z_2), \quad W_{s2}(z_2) = W_{s3}(z_2),$$

$$W_{p2}'(z_2) = W_{p3}'(z_2), \quad W_{s2}'(z_2) = W_{s3}'(z_2)$$

另外根据(26)式,  $z_1, z_2$  处桩土滑移量有如下关系式成立:

$$W(z_1) = Ae^{az_1} + Be^{-az_1} = -d_u \quad (36)$$

$$W(z_2) = Ae^{az_2} + Be^{-az_2} = d_u \quad (37)$$

此时有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $C_1 \sim C_4$ 、 $D_1 \sim D_4$ 、 $P_p$ 、 $P_s$ 、 $h'_c$ 、 $z_1$ 、 $z_2$ , 共 17 个未知量, 由上面的 17 个边界条件可全部确定。考虑到系数确定过程很复杂, 可采用如下步骤: 首先求出  $C$  值, 其表达式仍为(22)式, 对于化简得到的仅含未知量  $z_1, z_2$  的(38)式, 用牛顿迭代法等数值方法解出其中的  $z_1$  和  $z_2$ 。

$$\begin{cases} F_1(z_1, z_2)g_2(z_1) - F_2(z_1, z_2)g_1(z_1) = 0 \\ F_1(z_1, z_2)f_2(z_1) - F_2(z_1, z_2)f_1(z_1) = 0 \end{cases} \quad (38)$$

其中

$$F_1(z_1, z_2) = -d_u [2 + e^{a(z_2-z_1)} + e^{a(z_1-z_2)}] \quad (39)$$

$$F_2(z_1, z_2) = e^{a(z_1-z_2)} - e^{a(z_2-z_1)} \quad (40)$$

$$g_1(z_1) = \frac{z_1^2}{2h_c} E_c k d_u (\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s) + z_1 k d_u (E_p \mathbf{b}_p + E_s \mathbf{b}_s) + \frac{E_c d_u}{h_c} + (E_p - E_s) C \quad (41)$$

$$g_2(z_1) = -\frac{z_1}{ah_c} E_c k (\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s) - \frac{k}{a} (E_p \mathbf{b}_p + E_s \mathbf{b}_s) \quad (42)$$

$$f_1(z_2) = \frac{z_2^2}{2} K_p k d_u (\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s) - z_2 [K_p k d_u L (\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s) + E_p \mathbf{b}_p k d_u] \quad (43)$$

$$f_2(z_2) = z_2 \frac{K_p k (\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s)}{a} - \frac{E_p k \mathbf{b}_p + K_p k L (\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s)}{a} \quad (44)$$

给定荷载  $P$  后, 就可用(38)式求得  $z_1$ 、 $z_2$ , 然后将  $z_1$ 、 $z_2$  作为已知量依次用(45)~(55)式解出各系数

$$A = -d_u \frac{e^{-az_1} + e^{-az_2}}{e^{a(z_1-z_2)} - e^{a(z_2-z_1)}} \quad (45)$$

$$B = d_u \frac{e^{az_1} + e^{az_2}}{e^{a(z_1-z_2)} - e^{a(z_2-z_1)}} \quad (46)$$

$$C_4 = -\frac{k\mathbf{b}_s}{a} (Ae^{az_2} - Be^{-az_2}) + C + k d_u z_2 \mathbf{b}_s \quad (47)$$

$$C_3 = \frac{k\mathbf{b}_p}{a} (Ae^{az_2} - Be^{-az_2}) + C - k d_u z_2 \mathbf{b}_p \quad (48)$$

$$D_4 = S_2 + \frac{k d_u L^2 \mathbf{b}_s}{2} - C_4 L \quad (49)$$

$$D = -\frac{k d_u z_2^2 \mathbf{b}_s}{2} + C_4 z_2 + D_4 + \frac{\mathbf{b}_s}{\mathbf{b}_s + \mathbf{b}_p} (Ae^{az_2} + Be^{-az_2}) - C z_2 \quad (50)$$

$$D_3 = \frac{\mathbf{b}_p}{\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s} (Ae^{az_2} + Be^{-az_2}) + C z_2 + D - \frac{k\mathbf{b}_p d_u z_2^2}{2} - C_3 z_2 \quad (51)$$

$$C_1 = \frac{k\mathbf{b}_p}{a} (Ae^{az_1} - Be^{-az_1}) + C + k d_u z_1 \mathbf{b}_p \quad (52)$$

$$C_2 = -\frac{k\mathbf{b}_s}{a} (Ae^{az_1} - Be^{-az_1}) + C - k d_u z_1 \mathbf{b}_s \quad (53)$$

$$D_1 = \frac{\mathbf{b}_p}{\mathbf{b}_p + \mathbf{b}_s} (Ae^{az_1} + Be^{-az_1}) + C z_1 + D + \frac{k\mathbf{b}_p d_u z_1^2}{2} - C_1 z_1 \quad (54)$$

$$D_2 = -\frac{\mathbf{b}_s}{\mathbf{b}_s + \mathbf{b}_p} (Ae^{az_1} + Be^{-az_1}) + C z_1 + D - \frac{k d_u z_1^2 \mathbf{b}_s}{2} - C_2 z_1 \quad (55)$$

### 3 算例

算例 1: 图 9~11 对比了用本文公式(33)~(35)计算的 9 桩复合地基(图 7)中心桩附近的桩间土角点处沉降结果、有限元计算结果和实测值<sup>[4]</sup>。有限元分析采用 Ansys 程序, 采用 20 节点高精度单元, 桩底以下影响区域取 7 米。边界条件为, 桩间土外表面仅限制法向位移, 影响区域底面约束其全部自由度(图 8)。有限元分析中承台、垫层和桩采用线弹性模型, 桩长深度范围内的桩间土采用 Drucker-Prager 理想弹塑性模型, 因解析公式中  $K_p$  根据弹性理论求出, 故桩底深度以下的土采用线弹性模型。本文解析公式和有限元计算均用到的参数统一取值如下:  $E_p = 2 \times 10^4 \text{MPa}$ ,  $E_s = 10 \text{MPa}$ ,  $E_c = 25 \text{MPa}$ , 公式计算需要的  $k$  和  $d_u$  根据文献[2]取为:  $k = 5 \times 10^4 \text{N} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $d_u = 1.5 \times 10^{-3} \text{m}$ ,  $K_p$  按文献[5]公式求出,  $K_p = 1.752 \times 10^8 \text{N} \cdot \text{m}^{-3}$ 。有限元分析中土的粘聚系数  $C = 15 \text{KPa}$ , 摩擦角  $F = 20^\circ$ , 考虑到预制桩与土间的摩阻力通常小于土抗剪强度, 按文献[2]建议, 取桩周  $r \sim r + 0.03 \text{m}$  范围内的土的  $C = 0.4 \times 15 = 6 \text{KPa}$ ,  $F = 0.68 \times 20 = 14^\circ$ , 土泊松比  $m_s = 0.25$ , 桩、承台泊松比  $m_c = 0.2$ , 承台长  $\times$  宽  $\times$  高为  $1.6 \text{m} \times 1.6 \text{m} \times 0.5 \text{m}$ , 模量同  $E_p$ 。由于缺乏下卧层地质资料, 公式计算时将  $S_2$  直接取为实测下卧层沉降值, 每级荷载下有限元计算的加固区沉降统一减去一个常数, 这个常数就是  $z=L$  处桩间土沉降的有限元计算值和实测值之差, 这样调整后, 各种方法得到的  $z=L$  处桩间土沉降均调整到同一值。这种调整对本文公式和有限元结果而言, 均只是使曲线平移, 不改变曲线的形状, 从而使其具有可比性。

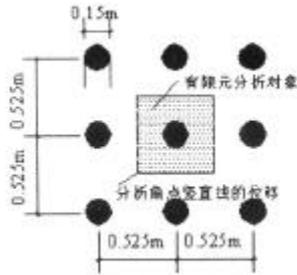


图7 9桩布置

Fig.7 Nine-pile array

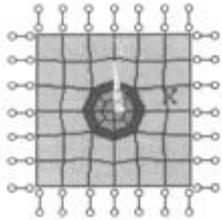


图8 有限元模型

Fig.8 Finite element model

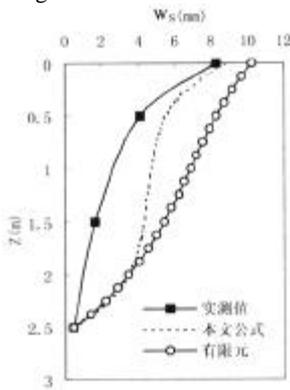


图9 桩间土沉降(P=132.2KPa)

Fig.9 Settlement of soil(P=132.2KPa)

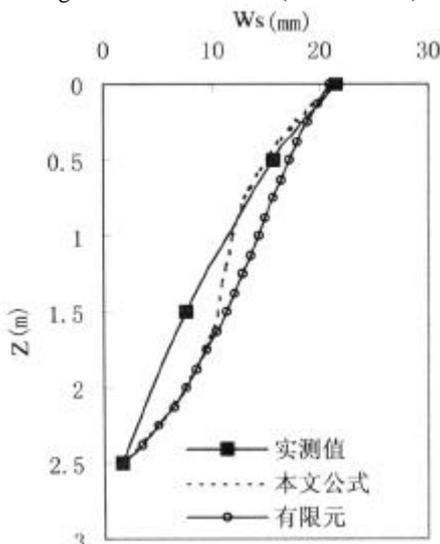


图10 桩间土沉降(P=249.4KPa)

Fig.10 Settlement of soil(P=249.4KPa)

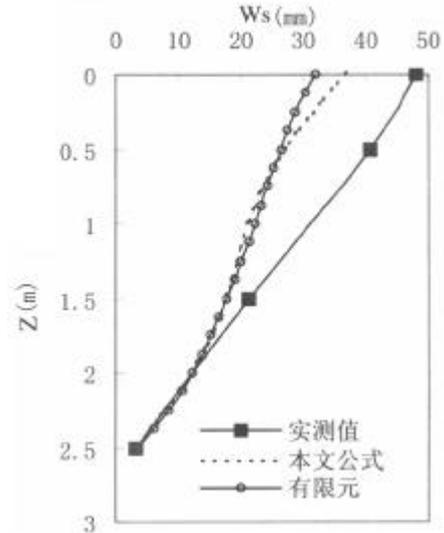


图11 桩间土沉降(P=366.6KPa)

Fig.11 Settlement of soil(P=366.6KPa)

算例2：取另一群桩(9桩)复合地基试验<sup>[6]</sup>的中间桩及所附属的土体作为计算对象,对比各级荷载下  $P_p$ 、 $P_s$  的计算值和实测值。该试验参数如下：  
 $E_p = 2 \times 10^4 \text{MPa}$ ， $A_s = 0.258 \text{m}^2$ ， $d = 0.15 \text{m}$ ，  
 $A_p = 0.0176 \text{m}^2$ ， $L = 2.5 \text{m}$ ， $h_c = 0.15 \text{m}$ 。土质均匀，其中  $f = 29^\circ$ ， $c = 30 \text{kPa}$ ， $g_s = 20 \text{kN/m}^3$ ， $E_s = 8.5 \text{MPa}$ ，  
 $E_c = 16.1 \text{MPa}$ 。本文解析公式计算所需的  $k$  和  $d_u$  根据文献[2]取为  $k = 5 \times 10^4 \text{N} \cdot \text{m}^{-3}$ ， $d_u = 1.5 \times 10^{-3} \text{m}$ ， $K_p$  按文献[5]公式计算， $K_p = 1.489 \times 10^8 \text{N} \cdot \text{m}^{-3}$ 。表1给出了试验与计算结果的对比。

表1 结果对比

Table 1 Comparison of results

荷载	P=146kPa		P=281kPa		P=351kPa		P=487kPa		P=554kPa		P=612kPa	
	$P_p$	$P_s$										
试验值	552	118	1463	200	2062	234	3448	284	4154	307	4782	326
计算值	708	107	1722	182	2302	217	3457	283	4031	315	4529	343
误差%	28	-9	18	-9	12	-7	0.3	-0.4	-3	3	-5	5

由例1和例2的结果来看，无论是沉降计算还是桩顶应力计算，本文的公式得出的结果均能满足工程设计的精度要求。

#### 4 结语及建议

本文对桩侧摩阻力变化规律、桩间土变形形式、桩端土反力模型作一定简化，导出了刚性桩复合地基桩、土和垫层相互作用的微分方程并给出了桩、土沉降解析解答，并结合两个算例验证了本文

解析解答的正确性。建议在此基础上改进桩土界面荷载传递模型,使其能考虑土侧向压力对侧摩阻力的影响,以更符合工程实际。

#### 参考文献:

- [1] 傅景辉, 宋二祥. 刚性桩复合地基工作特性分析[J]. 岩土力学, 2000, 21(4):335-339.  
Fu Jinghui, Song Erxiang. Analysis of rigid pile composite foundation's working performance [J]. Geotechnical Mechanics, 2000, 21(4):335-339.
- [2] 史佩栋. 实用桩基工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.  
Shi Peidong. Practical handbook on pile foundation. Beijing[M]: China Architecture & Industrial Press, 1999.
- [3] 池跃君, 宋二祥, 金淮, 高文新. 素混凝土桩复合地基荷载传递机理的试验研究[J]. 工业建筑, 2001, 31(4): 39-42.  
Chi Yuejun, Song Erxiang, Jin Huai, et al. Study on loads transferring mechanism of composite grounds with concrete piles[J]. Industrial Construction, 2001, 31(4):

39-42.

- [4] 李春灵. 有边载条件下 CFG 桩复合地基性状研究[D]. 北京: 中国建筑科学研究院硕士学位论文, 1999.  
Li Chunling. Bearing capacity analysis of CFG composite foundation under surcharge[D]. Beijing: China Academy of Building Research, 1999.
- [5] 顾宝和, 周红, 朱小林. 深层平板静力荷载试验测定土的变形模量[J]. 工程勘察, 2000(4):1-2.  
Gu Baohe, Zhou Hong, Zhu Xiaolin. To determine deformation modulus of soil by deep plate static load test[J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2000, (4): 1-2.
- [6] 池跃君, 宋二祥, 金淮, 等. 北苑、回龙观刚性桩复合地基试验报告[R]. 北京: 清华大学土木系, 2001.  
Chi Yuejun, Song Erxiang, Jin Huai, et al. The experiment of composite grounds with rigid piles in Beiyuan and Huilongguan[R]. Beijing: Department of Civil Engineering of Tsinghua University, 2001.

## SETTLEMENT CALCULATION OF COMPOSITE GROUND WITH RIGID PILES INCLUDING PILE-SOIL-CUSHION INTERACTION

SHEN Wei, CHI Yue-jun, SONG Er-xiang

(Dept. of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing, 100084)

**Abstract:** A new method is presented for the settlement calculation of composite ground with rigid piles, taking into account the pile-soil-cushion interaction mechanism. The relationship of skin friction and relative displacement between the pile shaft and the surrounding soil is idealized as perfectly elasto-plastic. Settlement of soil at the same depth is assumed to be equal and the soil at the pile tip is considered to behave the same as Winkler ground. The governing differential equations are derived through analyzing the pile-soil-cushion interaction and formulas for the settlement calculation are then obtained. Two case studies of nine-pile composite ground are made, which show that the predictions given by the derived formulas agree reasonably well with field measurements as well as with finite element results.

**Key words:** composite ground with rigid piles; settlement analysis; analytical method